

(1) t_a の方程式は $y' = \cos x$ より

$$y - \sin a = (\cos a) \cdot (x - a) \Leftrightarrow \underline{y = x \cos a - a \cos a + \sin a}$$

(2) $a \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ のとき

l_a の傾きは $-\frac{1}{\cos a}$ より

$$y - \sin a = -\frac{1}{\cos a}(x - a) \Leftrightarrow \underline{y = -\frac{1}{\cos a}x + \frac{a}{\cos a} + \sin a}$$

$$\cos a = 0 \Leftrightarrow a = n\pi + \frac{\pi}{2} \text{ のとき } \underline{x = n\pi + \frac{\pi}{2}}$$

(3) $a = n\pi + \frac{\pi}{2}$ のとき $y = \sin a$ と $y = a$ の交点は明らかに1つ.

$a \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ のとき

$$\sin x = -\frac{1}{\cos a}x + \frac{a}{\cos a} + \sin a \Leftrightarrow \sin x + \frac{x}{\cos a} - \frac{a}{\cos a} - \sin a = 0$$

$f(x) = \sin x + \frac{x}{\cos a} - \frac{a}{\cos a} - \sin a$ とおくと

$$f'(x) = \cos x + \frac{1}{\cos a} = \frac{\cos a \cos x + 1}{\cos a}$$

$2n\pi - \frac{\pi}{2} < a < 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ のとき $f'(x) > 0$

$2n\pi + \frac{\pi}{2} < a < 2n\pi + \frac{3}{2}\pi$ のとき $f'(x) < 0$

よって, $f(x)$ は単調増加関数または単調減少関数であり, $f(a) = 0$

$f(x) = 0$ となる x は $x = a$ のときのみであり, C と l の交点は P のみである.