

$$\begin{aligned}
 y' &= \frac{\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot 2x \cdot (x^2-3x) - \sqrt{x^2+1} \cdot (2x-3)}{(x^2-3x)^2} = \frac{x(x^2-3x) - (x^2+1)(2x-3)}{(x^2-3x)^2\sqrt{x^2+1}} \\
 &= \frac{-x^3 - 2x + 3}{(x^2-3x)^2\sqrt{x^2+1}} \\
 &= -\frac{(x-1)(x^2+x+3)}{(x^2-3x)^2\sqrt{x^2+1}}
 \end{aligned}$$

よって、 y の増減表は以下の通り。

x	...	0	...	1	...	3	...
y'	+	/	+	0	-	/	-
y	↗	/	↗	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	↘	/	↘

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}}}{1 - \frac{3}{x}} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -0} y = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +0} y = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3-0} y = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3+0} y = +\infty$$

より、漸近線は $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$. グラフの概形は以下の通り。

